Universität Konstanz
Fachbereich Physik
Priv. Doz. Dr. Peter Keim

Ausgabedatum: 06.02.2017
Abgabedatum: 13.02.2017
Besprechung 15.02.2017

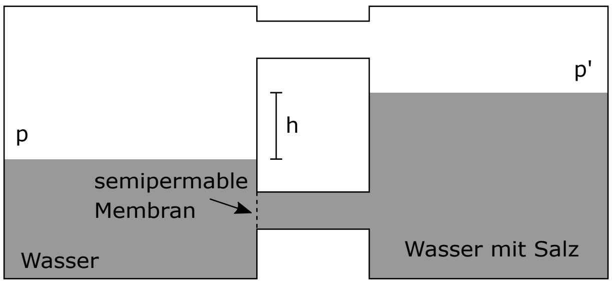
ÜbungsgruppenleiterInnen: A. Grupp, A. Liehl, J. Schmidt, J. Bühler
J. Roller, L. Siedentop, M. Fischer

Übungen zu Integrierter Kurs III (Experimentalteil)

Blatt 14

Aufgabe 37: Siedepunktserhöhung von Wasser (schriftlich, 6 Punkte)

Mit Salz kann der Siedepunkt von Wasser erhöht werden (Salzwasser kocht etwas später). Die Verschiebung der Siedetemperatur eines Lösungsmittels (z.B. Wasser) ist dabei linear zur Konzentration des gelösten Stoffes (z.B. Salz). Dies soll gezeigt werden. Die Abbildung zeigt den Aufbau in einem geschlossenen Gefäß.



Die semipermeable Membran lässt Wasser hindurch, Salz jedoch nicht.

a) Zeigen Sie zunächst, dass der gelöste Stoff den Druck um

$$\Delta p = p - p' = \frac{pcM}{\varrho_{fl}}$$

ändert. c ist die Konzentration des gelösten Stoffes in mol/m^3, M ist die Molmasse des Lösungsmittels und ϱ_{fl} die Dichte des Lösungsmittels. Druckunterschiede aufgrund der Höhe in Gas oder Flüssigkeit werden berücksichtigt, Dichteunterschiede im Gas nicht. Das Verdampfen des gelösten Stoffes wird ebenfalls vernachlässigt. Auf der linken Seite im Wasserdampf gewinnen Sie den Druckunterschied $\Delta p = p - p'$ durch das Gewicht des Gases. Auf der rechten Seite muss der osmotische Druck aufgrund des gelösten Salzes den Druck der höherstehenden Wassersäule ausgleichen. Benutzen Sie das ideale Gasgesetz für den Wasserdampf und für den gelösten Stoff (Van't-Hoffsches-Gesetz).

b) Zeigen Sie mit Hilfe der Clausius-Clapeyron-Gleichung $\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{h_D M}{T(v_{gas} - v_{fl})}$ (v: Molvolumina), dass für die Siedepunktserhöhung

$$\Delta T_S = \frac{R T_S^2 c}{h_D \varrho_{fl}}$$

(mit h_D der Verdampfungsenthalpie) folgt. Betrachten Sie das System am Siedepunkt.

c) Berechnen Sie die Verschiebung des Siedepunkts einer 5%igen (Gewichtsprozent) Kochsalzlösung gegenüber reinem Wasser.
d) Kann die Gefrierpunktserniedrigung auf eine ähnliche Weise verstanden werden?

Aufgabe 38: Entropie (mündlich, 1 Kreuzchen)

Verteilen Sie sechs identische Kugeln der Reihe nach auf zwei Körbe, wobei Sie sich zufällig für den rechten oder linken Korb entscheiden.

a) Erstellen Sie eine Tabelle, in der allen 7 möglichen Resultaten die Anzahl der Realisierungsmöglichkeiten zugeordnet wird.
b) Welches Resultat ist am wahrscheinlichsten? Geben Sie eine Begründung an!
c) Wie können Sie ganz einfach die Wahrscheinlichkeiten für jedes der Resultate berechnen? Tragen Sie die entsprechenden Werte ebenfalls in eine neue Spalte der Tabelle ein.
d) Ω ist die Häufigkeit, also die Anzahl von Resultaten, die Sie in Aufgabenteil a) in die Tabelle eingetragen haben. Suchen Sie eine Funktion der Häufigkeiten $S(\Omega)$, die extensiv ist.
e) Nehmen Sie nun 1 mol Kugeln und berechnen Sie für obigen Versuch die Wahrscheinlichkeit, dass sich alle Kugeln im linken Korb befinden. Schätzen Sie grob ab, wie hoch der Papierstapel ist, den Sie brauchen, um diese Zahl auszuschreiben.
f) Plotten Sie mit Hilfe eines Grafikprogramms für $N = 10, 100, 1000$ Kugeln die Wahrscheinlichkeit n Kugeln in dem linken Korb zu finden. Wählen Sie eine geeignete Achsen um die Resultate zu vergleichen.
g) Was ist die Verbindung der thermodynamischen Größe Entropie zu dieser Aufgabe?
h) Was ist der Unterschied zwischen einer isentropen und einer adiabatischen Zustandsänderung? Sind adiabatische Änderungen immer isentrop? Sind alle isentrope Änderungen immer adiabtisch?

Aufgabe 39: Legendre-Transformation (schriftlich, 4 Punkte)

a) Bilden Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ und die Legendretransformation $g(p)$ der Funktion
$$f(x) = -x^2 + 5x - 2.$$
Machen Sie sich geometrisch klar, was der Unterschied und die Limitierung beider Konzepte ist.
b) Bilden Sie nun die Rücktransformation bzw. wieder die Umkehrfunktion. Kommen Sie in beiden Fällen wieder auf die Ursprungsfunktion?
c) Zeigen Sie, dass man ausgehend von der allgemeinen inneren Energie $U(S, V, N)$ eines Gases über eine Legendre-Transformation die freie Energie und die Gibb'sche Enthalpie berechnen kann.

Aufgabe 40: Legendre-Transformation II (mündlich, 1 Kreuzchen)

a) Die freie Energie F eines Systems der Temperatur T von N gleichen Teilchen im Volumen V sei
$$F(T, V) = -Nk_BT \ln(C_0)V - Nk_BT \ln(C_1)(k_BT)^\alpha.$$
Es gilt $\alpha > 1$, $C_0, C_1 = \text{const}$. Berechnen Sie die Entropie S, den Druck p, innere Energie U, die Wärmekapazität C_V und die isotherme Kompressibilität κ_T.
b) Wie viele thermodynamische Potentiale und Integrabilitätsbedingungen gibt es für dieses System?