Universität Konstanz
Fachbereich Physik
Priv. Doz. Dr. Peter Keim

Ausgabedatum: 28.11.2016
Abgabedatum: 05.12.2016
Besprechung 07.12.2016

ÜbungsgruppenleiterInnen: A. Grupp, A. Liehl, J. Schmidt, J. Bühler
J. Roller, L. Siedentop, M. Fischer

Übungen zu Integrierter Kurs III (Experimentalteil)

Blatt 06

Aufgabe 16: Geometrische Optik - Linsen (schriftlich, 10 Punkte)

a) Ein Gegenstand der Höhe $h = 3$ cm befinde sich im Abstand $g = 20$ cm vor einer dünnen Linse mit der Brechkraft $D = 10$ dpt. Zeichen Sie den exakten Strahlengang der Abbildung und ermitteln Sie so den Ort b und den Vergrößerungsfaktor V. Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse rechnerisch. Ist das Bild virtuell oder reell, aufrecht oder umgekehrt?

b) Wiederholen Sie die Aufgaben aus b) für eine dünne Linse mit $f = -20$ cm und der Gegenstandsweite $g = 30$ cm.

c) Wiederholen Sie die Berechnungen aus a) und b) für eine Gegenstandsweite von $g = 5$ cm und klassifizieren Sie die Abbildungen.

d) Ein Gegenstand befinde sich im Abstand $d = 2{,}4$ m vor einem Schirm. Mit einer Sammellinse wird ein reelles Bild des Gegenstandes auf dem Schirm erzeugt. Durch Verschieben der Linse um $a = 1{,}2$ m wird ein zweites reelles Bild auf dem Schirm erzeugt. An welcher Stelle stand die Linse zuerst und wie groß ist Ihre Brennweite?

e) Leiten Sie eine allgemeine Beziehung zwischen der Brennweite einer dünnen Linse und deren Krümmungsradien in Luft und in einem dichteren Medium her. Berechnen Sie die Brennweite einer dünnen Linse mit $R_1 = 20$ cm und $R_2 = -20$ cm mit dem Brechungsindex $n_G = 1{,}5$ in Luft ($n = 1$) und in Wasser ($n = 1{,}33$).

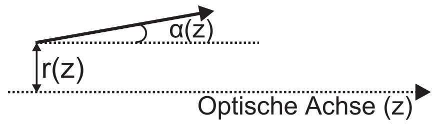
f) Erklären sie qualitativ den Begriff chromatische Aberation und wodurch diese hervorgerufen wird.

g) Durch sogenannte Achromate, die aus zwei verkitteten Linsen bestehen, wird die chromatische Aberation der Linsen teilweise ausgeglichen. Eine solche achromatische Linse bestehe aus einer symmetrischen Bikonvexlinse der Glassorte 1 mit $n_{D1} = 1{,}5100$ und einer Plankonkavlinse mit gleichem Radius der Glassorte 2 mit $n_{D2} = 1{,}6128$. Für die Spektrallinie D soll die Brennweite $f = 20$ cm erreicht werden. Welchen Betrag müssen die Krümmungsradien R der Linsen haben? Welcher Bedingung müssen die Dispersionen der beiden Glassorten genügen, damit es sich in einem gewählten Frequenzbereich um die Spektrallinie D tatsächlich um einen Achromaten handelt?

Aufgabe 17: ABCD-Matrizen-Verfahren (mündlich, 1 Kreuzchen)

In der geometrischen Optik kann ein Strahl an einem Ort z durch zwei Werte beschrieben werden: dem Abstand zur optischen Achse und dem Winkel, den dieser mit der optischen Achse einschließt. Die zwei Parameter können in einen zweidimensionalen z-abhängigen Vektor geschrieben werden:

$$\boldsymbol{r}(z) = \begin{pmatrix} r(z) \\ \alpha(z) \end{pmatrix}$$



In der paraxialen Näherung können die Einflüsse optischer Elemente als Matrizenmultiplikationen dargestellt werden:

$$\boldsymbol{r}(z_2) = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \boldsymbol{r}(z_1)$$

Betrachten wir nun als Beispiel ein paar Matrizen:
Translation über die Strecke d:

$$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Brechung an einer ebenen Fläche: (n_1 und n_2 sind die Brechzahlen der zwei Medien)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$$

Brechung an einer axial-symmetrisch gekrümmten Fläche mit Radius r:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)\frac{1}{r} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$$

Dünne positive Linse mit Brennweite f:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

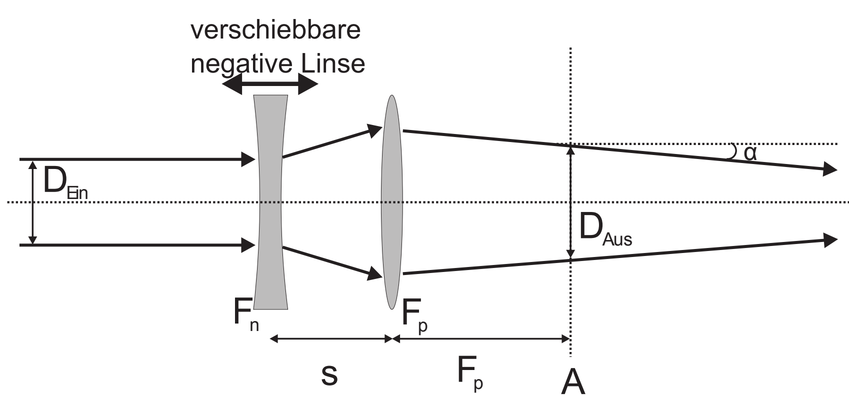
Dünne negative Linse mit Brennweite f:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

Die Wirkung eines gesamten Systems kann als Produkt der einzelnen Matrizen dargestellt werden, was wiederum eine 2×2 Matrix ergibt. Diese Methode erleichtert die Berechnung komplexer Systeme erheblich:

$$\boldsymbol{r}(z_{\text{Ausgang}}) = \begin{pmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{k-1} & B_{k-1} \\ C_{k-1} & D_{k-1} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \boldsymbol{r}(z_{\text{Eingang}})$$

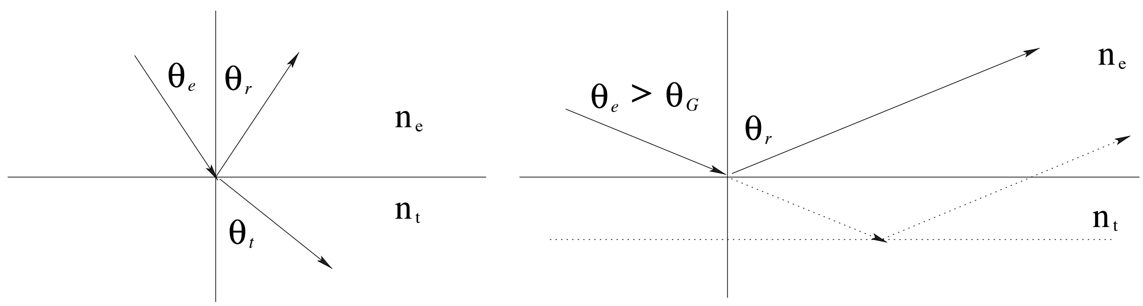
Betrachten wir nun ein Beispiel:



Ein kollimierter Strahl mit dem Durchmesser D_{Ein} durchläuft ein Linsensystem, das aus einer fixen positiven und einer verschiebbaren negativen Linse besteht. Die Brennweiten der Linsen sind F_p und F_n. Der Abstand zwischen den Linsen beträgt s. Finden Sie mithilfe des ABCD-Matrizen-Verfahrens den Strahldurchmeser D_{Aus} und die Strahldivergenz α in der Fokalebene A in Abhängigkeit vom Abstand der beiden Linsen s.

Aufgabe 18: Totalreflexion (mündlich, 1 Kreuzchen)

a) Geben Sie den Totalreflexionswinkel θ_G für Lichteinfall aus einem optisch dichteren zu einem optisch dünneren Medium an ($n_e > n_t$, siehe Skizze).



b) Stellen Sie in beiden Medien die Dispersionsbeziehung zwischen dem Betrag des Wellenvektors $|\mathbf{k}|$ und der Kreisfrequenz ω auf. Zerlegen Sie in beiden Medien den Wellenvektor in die Komponenten parallel und senkrecht zur Grenzfläche. Die parallele Komponente von k bleibt bei der Brechung erhalten. Berechnen Sie $k_\perp$ im optisch dünneren Medium als Funktion von ω, den Brechungsindices und dem Einfallswinkel im optisch dichteren Medium. Was passiert mit $k_\perp$ im optisch dünneren Medium, wenn θ_e den Totalreflexionswinkel überschreitet? Was bedeutet das für die transmittierte Welle?

c) Beim Einfall aus dem optisch dichteren Medium gibt es natürlich auch einen reflektierten Strahl im Einfallsmedium. Was gilt für die Beträge und Phasen der Reflexionskoeffizienten $r_\perp$ und $r_\parallel$, wenn der Einfallswinkel gleich dem Totalreflexionswinkel oder größer ist? Interpretieren Sie den jeweiligen Phasenunterschied qualitativ als Verlängerung des Laufweges bei der Reflexion aufgrund des partiellen Eindringens der Felder.

Hinweis: Benutzen Sie die Fresnelschen Formeln.