Universität
Konstanz

Integrierter Kurs Physik III
Exp.-Teil, Optik und Thermodynamik
WS 10/11

Prof. G. Maret, Dr. P. Keim

Übungsblatt Nr. 10,

Ausgabedatum: 10.01.2010
Abgabedatum: Mo 17.01.2011 in der Vorlesung
Besprechung: Mi 19.01.2011 in den Übungsgruppen

Aufgabe 30: Mittlere freie Weglänge und Stoßquerschnitt

Betrachten Sie ein Luftmolekül N_2 und nähern Sie es der Einfachheit halber als Kugel mit dem Radius von $3,2 \cdot 10^{-10}\ m$ [aus R. Becker, Z.f.Phys, **9**, 11 (1922)].

a) Berechnen Sie den Stoßquerschnitt dieses Moleküls mit anderen, gleich großen Molekülen.

b) Leiten Sie einen Ausdruck für die mittlere freie Weglänge des Gasmoleküls her und berechnen Sie diese bei Normaldruck und $20°C$ Frühlingstemperatur.

c) Berechnen Sie mit Hilfe der 3D-Diffusionsgleichung (Aufgabe 31 oder Skript), wie lange ein solches Gasmolekül braucht, um einen Raum mit $4\ m$ Länge rein diffusiv zu durchqueren. Wie lange braucht es, um in der Atmosphäre einmal längs des Bodensees zu diffundieren ($L = 63\ km$, totale Windstille angenommen) und vergleichen Sie die Werte mit der ballistischen Flugzeit, also der Zeit, die es beim direkten Flug (ohne Stöße) mit der mittleren Geschwindigkeit eines Stickstoffmoleküls aus der Maxwellverteilung (Aufgabe 27) bei jeweils $20°C$ Temperatur bräuchte.

Aufgabe 31: Diffusionsgleichung, schriftlich

a) Diffundierende Teilchen seien (eindimensionales Problem) zu einem Zeitpunkt ($t = 0$) auf ein enges Gebiet um $x = x_0$ konzentriert. Lösen Sie die Diffusionsgleichung $\frac{\partial}{\partial t}n(x,t) = D(\frac{\partial}{\partial x})^2 n(x,t)$ für $t > 0$ mit der Anfangsbedingung $n(x, t = 0) = n_0\delta(x - x_0)$. *Hinweis*: Verwenden Sie die Fouriertransformation

$$n(x,t) = \int \frac{dk}{2\pi}\, e^{ikx}\, \tilde{n}(k,t) \quad .$$

b) Zeichnen Sie die Lösung für Stickstoffmoleküle N_2 bei Normalbedingungen ($l \approx 70\ nm$, $< v > \approx 476\ m/s$) für einige Zeitpunkte zwischen $t = 10^{-6}\ s$ und $t = 1\ s$.

c) Bestimmen Sie das mittlere Verschiebungsquadrat

$$< (x - x_0)^2 >= \int_{-\infty}^{\infty} dx \; n(x,t)(x - x_0)^2$$

und zeichnen Sie es für die Parameter von Aufgabenteil (b). Wie schnell wächst die Breite der Glockenkurve an?

d) Verallgemeinern Sie den obigen 1-dimensionalen Fall auf drei Dimensionen und berechnen Sie $< (\vec{r} - \vec{r_0})^2 >$.

8 Punkte

Aufgabe 32: Van-der-Waals Gas

Die Van-der-Waals-Gleichung lautet (in Einheiten pro mol):

$$nRT = \left(p + \left(\frac{n}{V}\right)^2 a\right)(V - nb)$$

a) Für welche Korrekturen stehen die Konstanten a und b?

b) Berechnen Sie die Extremalwerte im physikalisch sinnvollen Bereich $V > b > 0$ im p-V-Diagramm. Für welche Isotherme verschwinden die Extrema?

c) Die kritische Temperatur des Ammoniaks beträgt 404 K. Bei derjenigen Temperatur, bei welcher der Sättigungsdampfdruck des Ammoniaks $78,3 \cdot 10^5$ Pa beträgt, sind die Molvolumina der koexistierenden Zustände $V_{flüssig} = 70,3$ cm^3/mol bzw. $V_{gasförmig} = 240$ cm^3/mol. Berechnen Sie die Van-der-Waals-Konstanten des Ammoniaks.