Universität
Konstanz

Integrierter Kurs Physik III
Exp.-Teil, Optik und Thermodynamik
WS 10/11

Prof. G. Maret, Dr. P. Keim

Übungsblatt Nr. 7,

Ausgabedatum: 06.12.2010
Abgabedatum: Mo 13.12.2010 in der Vorlesung
Besprechung: Mi 15.12.2010 in den Übungsgruppen

Aufgabe 19: Zweistrahlinterferenz

a) Zeigen Sie, dass für die Phasendifferenz $\Delta\phi$ zwischen der Reflexion eines Lichtstrahls der Wellenlänge λ an Vorder- und Rückseite einer planparallelen Platte mit Brechungsindex n und Dicke d gilt

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \pi,$$

wenn der Strahl unter einem Winkel α relativ zur Oberflächennormalen auftrifft.

b) Ein Kind spielt mit einer wässrigen Seifenlösung und erzeugt damit Seifenblasen. Eine der Blasen fällt 50 cm vor ihm herunter. Wie dick ist die Haut dieser Seifenblase mindestens, wenn sie dem Kind auf dessen Augenhöhe rot ($\lambda = 660$ nm) erscheint?

c) Das Kind verfolgt die Farbänderung auf der Äquatorialebene der Blase. Mit welcher mittleren Geschwindigkeit sinkt die Blase, wenn sie von dem Kind nach einer Minute blau ($\lambda = 488$ nm) wahrgenommen wird? (Hinweis: Betrachten Sie nur die erste Beugungsordnung und nehmen Sie eine konstante Sinkgeschwindigkeit an.)

d) In Abbildung 1(a) fällt Tageslicht senkrecht auf einen dünnen Ölfilm ($n_{\text{film}} = 1,5$) und erzeugt Interferenzringe. Schätzen Sie die maximale Dicke des gezeigten Ölfilms ab.

e) Den Krümmungsradius einer Linsenfläche kann man bestimmen, indem man diese auf eine ebene Glasplatte legt und die Durchmesser der bei senkrechtem Einfall von monochromatischem Licht auftretenden Newtonschen Ringe misst (siehe Abbildung 1(b)). Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen dem Durchmesser d dieser Ringe und dem Krümmungsradius R der Linse her. Hierbei kann die Richtungsänderung der Lichtstrahlen gegenüber dem Einfallslot bei Reflexion und Brechung vernachlässigt werden.

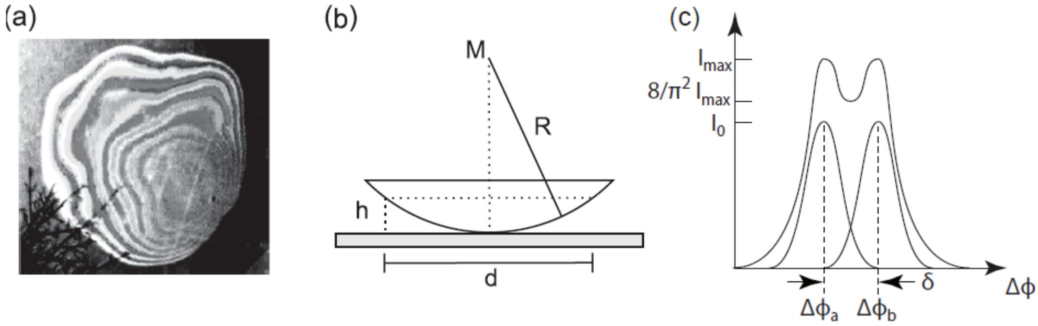

Abbildung 1: (a) Zu Aufgabe 19(d): Ölfilm auf Wasser. (b) Zu Aufgabe 19(e): Linse mit Krümmungsradius R. (c) Zu Aufgabe 20: Transmittierte Intensität.

Aufgabe 20: Fabry-Pérot-Interferometer

Zwei verschiedene Wellenlängen einer ausgedehnten Lichtquelle erzeugen in einem Fabry-Pérot-Interferometer zwei Sets von Interferenzringen. Die transmittierten Intensitäten seien gleich groß: $I_0 = I_T^a = I_T^b$. Das Rayleigh'sche Auflösungskriterium besagt, dass zwei Ringe der gleichen Ordnung je eines Sets als *gerade noch auflösbar* gelten, falls die zusammengesetzte Intensität beider Ringe im Mittelpunkt (Sattelpunkt) des resultierenden Ringes das $8/\pi^2$-fache der maximalen Intensität ist (siehe Abbildung 1(c)). Die durch das Interferometer transmittierte Intensität wird beschrieben durch

$$I_T = I_I \cdot A(\Delta\phi/2)\,,$$

wobei $A(\Delta\phi/2) = [1 + F\sin^2(\Delta\phi/2)]^{-1}$ die Airy-Funktion und I_I die eingestrahlte Intensität ist.

a) Leiten Sie das kleinstmögliche Phaseninkrement $\delta \approx \frac{4{,}15}{\sqrt{F}}$ her.
Hinweis: Betrachten Sie o.B.d.A. den Ring nullter Ordnung, d.h. $\Delta\phi_a = 0$. Das Phaseninkrement δ ist per Definition klein, d.h. Sie können eine Kleinwinkelnäherung durchführen.

b) Überlegen Sie, wie sich die Ordnung m eines Ringes ändert, wenn sich das Phaseninkrement um 2π ändert. Wie hängt die Änderung der Wellenlänge damit zusammen? Verknüpfen Sie diese Überlegungen, um das chromatische Auflösungsvermögen für nahezu senkrechten Einfall $\mathcal{R} = \lambda/(\Delta\lambda)_{min}$ in Abhängigkeit der Spaltbreite d und der Finesse $\mathcal{F}$ darzustellen.

c) Berechnen Sie das chromatische Auflösungsvermögen $\mathcal{R}$ für eine Wellenlänge von $500\,nm$, eine optische Weglänge $n \cdot d = 10\,mm$ und eine Reflektivität $R = 90\,\%$. Welcher maximal auflösbaren Wellenlängenänderung entspricht dies?

Aufgabe 21: Kurze Lichtimpulse in dispersiven Medien
(schriftlich abzugeben) **(7 Punkte)**

In den Glasfasernetzen der Telekommunikationsindustrie werden große Datenraten in Form kurzer Lichtimpulse über lange Strecken übertragen. Dabei spielt die Dispersion in den Fasern eine entscheidende Rolle.

a) Betrachten Sie eine in x-Richtung propagierende ebene Welle, die am Ort $x = 0$ einen Gaußschen Zeitverlauf aufweist:

$$E(x=0,t) = E_0\,\exp\left(-\frac{t^2}{2t_0^2}\right) \cdot \exp\left(-i\omega_0 t\right).$$

Dieser Impuls hat also die Zentralwellenlänge $\lambda_0 = 1{,}55\,\mu\text{m} = \frac{2\pi c}{\omega_0}$. Bei Datenraten von 40 Gb/s ($= 4 \cdot 10^{11}$ Bit pro Sekunde) haben die verwendeten Impulse eine typische Dauer von $t_0 = 10$ ps. Berechnen Sie das Spektrum $\tilde{E}(x = 0, \omega)$ und geben Sie dessen Breite an.

b) Die Dispersion von Quartzglas wird näherungsweise durch folgende Gleichung beschrieben (sogenannte Sellmeier-Gleichung):

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^{3} \frac{B_j \lambda^2}{\lambda^2 - C_j^2}$$

mit

j	1	2	3
B_j	0,697	0,408	0,891
C_j (nm)	69,1	115,7	9900,6

Die Wellenzahl $k(\omega) = \frac{\omega \cdot n(\omega)}{c}$ kann als Taylorreihe in der Form

$$k(\omega) = k_0 + k_1 (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} k_2 (\omega - \omega_0)^2 + O^3(\omega - \omega_0)$$

geschrieben werden, wobei mit obigen Koeffizienten $k_1 \approx 4880\text{psm}^{-1}$ und $k_2 \approx -27{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{ps}^2\text{m}^{-1}$ gilt. Berechnen Sie k_0 und erklären Sie die physikalische Bedeutung von k_0 und k_1. Wie lange braucht der Impuls, um $d = 100$ km Quartzglas zu durchqueren?

Berechnen Sie das (komplexwertige) Spektrum des E-Feldes nach Durchlaufen der 100 km Quartzglas. Verwenden Sie dabei den obigen Näherungsausdruck. Hinweis: Betrachten Sie die Phasen, welche verschiedene Fourierkomponenten im Glas aufsammeln.

c) Berechnen Sie die zeitliche Form des Impulses nach Durchlaufen des Glases. Welche (einfache) funktionale Form und welche Breite t_0' hat der Impuls nun? Von welchen Koeffizienten k_j ($j = 0..2$) hängt t_0' ab?

d) In der Praxis ähneln die Impulse eher Rechteckimpulsen der Dauer $2t_0$. Berechnen Sie das Spektrum eines derartigen Impulses. Begründen Sie qualitativ, wie sich die damit maximal erreichbare Datenrate im Vergleich zu Gaußimpulsen verhält.