Übungen zur Vorlesung Festkörperphysik WS 07/08

Prof. G. Maret

Blatt 9, Besprechung am 10./11.1.08

1. Aufgabe: Effektive Masse des Elektrons
Betrachten Sie ein zweidimensionales System von Elektronen, welches sich im periodischen Potenzial eines zweidimensionalen quadratischen Gitters mit Gitterkonstante a befindet. Nach dem Modell stark gebundener Elektronen folgt für die Energiedispersion

$$E(\vec{k}) = E_A - \alpha - 2\beta[cos(k_x a) + cos(k_y a)] \quad ,$$

wobei α das Coulomb-Integral, β das Transfer-Integral und E_A die Energie der atomaren Niveaus ist. Zeigen Sie, dass sich Elektronen in der Nähe des Zonenzentrums wie freie Teilchen mit einer effektiven Masse $m^* = \hbar^2/2a^2\beta$ verhalten. Berechnen Sie die effektive Masse in der Nähe des Zonenzentrums für $\beta = 1\ eV$ und $a = 0,3\ nm$. Was kann man über die effektive Masse des Elektrons am Zonenrand aussagen?

2. Aufgabe: Intrinsische Halbleiter
Die Besetzungswahrscheinlichkeit der elektronischen Zustände in einem Halbleiter gehorchen der Fermi-Statistik, so dass man schreiben kann:

$$n_c = \frac{1}{V}\int_{E_c}^{\infty} D_c(E) f(E,T) dE$$

$$p_v = \frac{1}{V}\int_{-\infty}^{E_v} D_v(E)[1 - f(E,T)] dE \quad .$$

Darin sind $D_v(E)$ und $D_c(E)$ die Zustandsdichten der Löcher im Valenzband und der Elektronen im Leitungsband. Zeigen sie, dass das chemische Potential μ genau in der Mitte zwischen Leitungsband und Valenzband liegt. Da die Temperaturverschmierung der Fermi-Funktion üblicherweise klein gegen die Energielücke des Halbleiters ist, können Sie hierbei die Fermi-Verteilung durch eine Boltzmann-Verteilung nähern.

3. Aufgabe: Dotierung von Halbleitern
Eine Siliziumprobe ist mit 10^{15} Phosphoratomen pro cm^3 dotiert. Berechnen Sie die Elektronen- und Löcherkonzentration und die Position des Fermilevels. Nehmen Sie an, dass die Zustandsdichte im Leitungsband gegeben ist durch

$$N(E)dE = 8 \times 10^{20} \sqrt{E} dE\, cm^{-3}$$

Berechnen Sie die Anzahl der Elektronen im Energieintervall $1.9k_BT$ und $2.1k_BT$ über der Bandkante des Leitungsbands E_C.

4. Aufgabe: Quantentrog in AlAs-GaAs-Heterostrukturen
An der Grenzfläche der in der Abbildung 1 gezeigten Struktur lässt sich mittels einer angelegten Spannung $U > 0$ eine hochleitfähige zweidimensionale Elektronenschicht aufbauen. Das elektrische Feld in der GaAs-Schicht an der Grenzfläche zum AlAs sei $E_0 = 2 \times 10^5 \ V/cm$ und die Dichte der Elektronen sei $n_{2D} = 1 \times 10^{12} cm^{-2}$.
a) Berechnen sie die Energiezustände der Elektronen in dem dreieckförmigen Potenzialtopf

$$V(x) = \left\{ \begin{array}{c} \infty \text{ für } x \leq 0 \\ eE_o x \text{ für } x > 0 \end{array} \right. .$$

Das in der Abbildung gezeigte endliche Grenzflächenpotenzial AlAs-GaAs wird zur Vereinfachung als unendlich hoch angenommen.
b) Berechnen Sie die Fermi-Energie des zweidimensionalen Elektronengases, das sich im Potenzialtopf bildet.

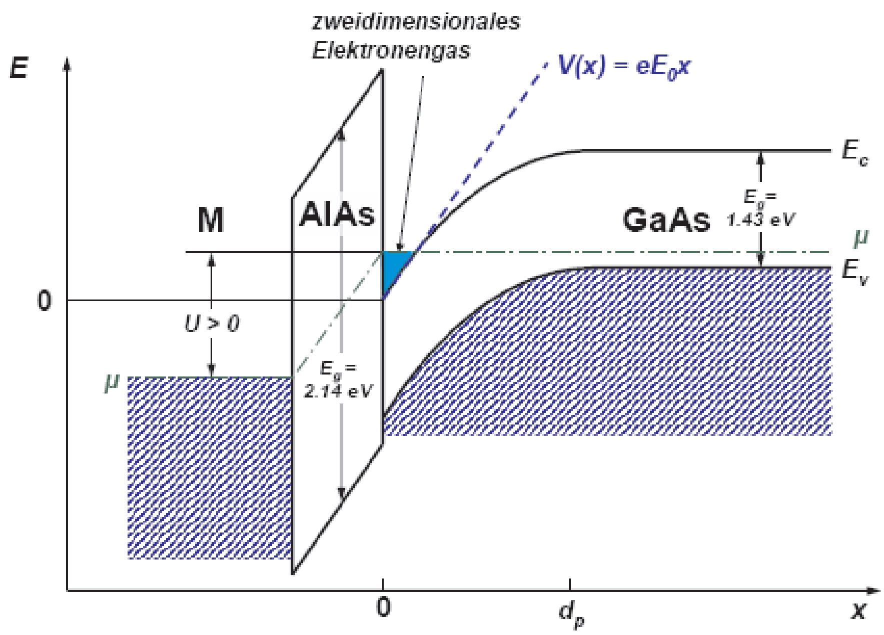

Abbildung 1: *Zweidimensionales Elektronengas in einer AlAs-GaAs-Heterostruktur.*

5. Aufgabe: Ladungsträgerdichte in Halbleitern
Betrachten Sie einen Halbleiter mit einer Donatorenkonzentration von $10^{19}/m^3$. Die Ionisationsenergie der Donatoren soll $E_d = 1 \ meV$ und die effektive Masse der Elektronen im Leitungsband $m_e = 0.01m$ betragen. Schätzen Sie die Konzentration n_e der Leitungselektronen bei 4 und 300 K ab. Welchen Wert hat der Hall-Koeffizient $R_e = -1/n_e e$? (Nehmen Sie bei der Rechnung an, dass keine Akzeptoratome vorhanden sind und dass $E_g \gg k_B T$ ist.)