



Universität Konstanz
Fachbereich Physik
Priv. Doz. Dr. Peter Keim

Ausgabedatum: 31.10.2016
Abgabedatum: 07.11.2016
Besprechung 09.11.2016

ÜbungsgruppenleiterInnen: A. Grupp, A. Liehl, J. Schmidt, J. Bühler
J. Roller, L. Sidentop, M. Fischer, M. Schmalz

Übungen zu Integrierter Kurs III (Experimentaltteil)

Blatt 02

Aufgabe 4: Hertz'scher Dipol (schriftlich, 10 Punkte)

Einen Hertz'schen Dipol kann man sich als schwingende Ladung q am Ort $\vec{r} = 0$ vorstellen, die mit der Amplitude d_0 und der Frequenz ω entlang einer Achse schwingt. ObdA nehmen wir an, dass die Dipolachse in z -Richtung liegt, dann ist das zeitabhängige Dipolmoment durch

$$\vec{p}(t) = q \cdot d_0 \cdot \sin(\omega t) \cdot \vec{e}_z$$

gegeben. Das Vektorpotential des Hertz'schen Dipols ist

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \frac{d}{dt} \vec{p}(t - r/c).$$

Aus dem Vektorpotential läßt sich über $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ das Magnetfeld berechnen (hier nicht gefordert), wobei für unser Koordinatensystem $\vec{A} = (0, 0, A_z)$ ist. Das elektrische Feld \vec{E} lässt sich aus dem elektrischem Potential ϕ_{el} berechnen, wenn wir die Eichfreiheit des Vektorpotentials mit der Lorenzgleichung $\text{div} \vec{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_{el}}{\partial t}$ ausnutzen.

- Machen Sie sich klar, was die Lorenzgleichung ist und nennen Sie eine andere häufig genutzte Eichung. Wofür ist letztere geeignet? Warum wird im Argument des Dipolmoments eine retardierte Zeit $t - r/c$ eingesetzt?
- Berechnen Sie das elektrische Potential $\phi(\vec{r}, t)$ des Dipols in Abhängigkeit von \vec{p} .
- Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$. Welche Terme dominieren im Nahfeld, welche im Fernfeld?
- Zeigen Sie, dass im Fernfeld für das elektrische Feld gilt:

$$\left| \vec{E}_2(r, \theta, t) \right| = \frac{\ddot{p}(t - r/c) \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} .$$

θ ist der Winkel zur Dipolachse. Was fällt zur Winkelabhängigkeit auf?

- Eine homogen elektrisch geladene Kugel (Radius R , Ladung Q) rotiert mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um eine feste Achse durch ihren Mittelpunkt. Wie viel Energie wird pro Zeiteinheit abgestrahlt?

Aufgabe 5: Plasmafrequenz (mündlich, 1 Kreuzchen)

- a) In einem Metall sei die Ladungsträgerdichte $N = 8.0 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Berechnen Sie daraus die Plasmafrequenz ω_P dieses Metalls.
Die mittlere Zeit zwischen Stößen der Elektronen ist $\tau = 1/\gamma \approx 2.0 \cdot 10^{-14} \text{ s}$. Berechnen sie den Real- und Imaginärteil des Brechungsindex für die Frequenz $\omega_1 = 2.0 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$, d.h. im niederfrequenten (langwelligen) Limes $\omega\tau \ll 1 \ll \omega_P\tau$.
Berechnen Sie die Eindringtiefe (Skintiefe) der elektromagnetischen Welle in dieses Metall.
- b) Berechnen Sie anhand der Fresnel'schen Formel für senkrechten Einfall die Reflektivität des Metalls im Vakuum ($n_1 = 1$).

$$R = r^2 = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|^2$$

Skizzieren Sie diese im Wellenlängenbereich 0 nm bis 400 nm.

- c) Für Kupfer ist die Leitfähigkeit für niedrige Frequenzen $\sigma \approx 6.0 \cdot 10^7 \text{ A/Vm}$, die Stoßzeit $\tau = 2.7 \cdot 10^{-14} \text{ s}$. Bestimmen Sie für welche Wellenlängen der elektromagnetischen Strahlung Kupfer transparent wird.
- d) In den ionisierten Gasschichten der Erdatmosphäre (Heaviside-Schicht) ist die Ladungsträgerdichte $N \approx 1.0 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$. Für welche Strahlung tritt Totalreflexion ein?

Aufgabe 6: Strahlungsdruck einer elektromagnetischen Welle (mündlich, 1 Kreuzchen)

- a) Zeigen Sie im Photonenbild, dass sich der Druck elektromagnetischer Strahlung auf eine perfekt absorbierende Fläche durch $P_S = I/c$ ausdrücken lässt, wobei I die Intensität und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit ist.
- b) Schätzen Sie den Strahlungsdruck der Sonne auf der Erdoberfläche ab (Solarkonstante $I_S = 1.4 \text{ kW/m}^2$). Geben Sie die Größenordnung für den zugehörigen mittleren Photonenfluss an. Vernachlässigen Sie hierzu Reflektions- und Absorptionsverluste in der Atmosphäre. Wie groß ist der Strahlungsdruck auf der Sonnenoberfläche? Welche Gesamtkraft übt der Strahlungsdruck der Sonne auf die Erde aus?
- c) In einem sogenannten *Radiometer* (auch *Lichtmühle*) wird ein Glasplättchen (Fläche $A = 2.0 \text{ cm} \times 1.0 \text{ cm}$, Dicke $d = 0.1 \text{ mm}$ Dichte $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$), je zu Hälfte mit einem absorbierenden und einem reflektierendem Film beschichtet und in einem groben Vorvakuum entlang der Mittelachse nahezu Reibungsfrei gelagert. Berechnen Sie das Drehmoment, das senkrecht eingestrahlt Sonnenlicht auf das Glasplättchen ausübt. Veranschaulichen Sie sich das Ergebnis, indem Sie die Zeit für die erste volle Umdrehung bestimmen. Nehmen Sie dazu an, dass das Plättchen anfangs in Ruhe und das Drehmoment zeitlich konstant ist. Warum dreht sich das Radiometer in der Praxis gegenläufig zum Drehmoment des Lichtes?
- d) Zeigen Sie anhand einer ebenen monochromatischen Welle, warum elektromagnetische Strahlung auf eine beliebige Testladung q stets eine positive Kraftkomponente in Propagationsrichtung der Welle ausübt.
- e) Schätzen Sie die Intensität von elektromagnetischer Strahlung ab, um ein sphärisches Teilchen mit einem Durchmesser von $10 \text{ }\mu\text{m}$ und der Dichte $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$ durch den Strahlungsdruck auf der Erde in der Schwebe zu halten.