Übungen zur Vorlesung Festkörperphysik WS 07/08

Prof. G. Maret

Blatt 8, Besprechung am 20./21.12.07

1. Aufgabe: Reduziertes und erweitertes Zonenschema
Durch Addition geeigneter Vektoren des reziproken Gitters lassen sich beliebige Zustände des k-Raumes in äquivalente Zustände überführen, welche sich innerhalb der 1. Brillouinzone befinden. Auf diese Weise lässt sich das reduzierte Energie- bzw. Zonenschema eines Elektronengases konstruieren.
Betrachten Sie ein freies Elektronengas mit der isotropen Energie-Wellenzahl-Beziehung $E(\mathbf{k}) = (\hbar^2/2m)\ \mathbf{k}^2$, dessen Fermikugel den Radius $\mathbf{k}_F = 1.2\ \pi/a$ besitzt.
(a) Zeichnen Sie die Energieparabel $E(\mathbf{k}_x)$ eines eindimensionalen freien Elektronengases für die ersten drei Energiebänder, d.h. im Bereich der ersten drei Brillouinzonen. Zeichnen Sie die Energieparabel auch im reduzierten Energieschema, und markieren Sie jeweils die von Elektronen besetzten Zustände.
(b) Konstruieren Sie die ersten drei Brillouinzonen eines ebenen quadratischen Gitters, und markieren Sie für die ersten drei Energiebänder eines zweidimensonalen freien Elektronengases die von Elektronen besetzten Zustände. Führen Sie diese Konstruktion auch im reduzierten Zonenschema durch.
(c) Was ändert sich an den obigen Darstellungen, wenn anstelle des freien Elektronengases ein Elektronengas betrachtet wird, welches sich in einem schwachen periodischen Potential befindet?
(d) Beantworten Sie die Fragestellungen (a), (b) und (c) auch für eine Fermikugel mit dem Radius $\mathbf{k}_F = 1.65\ \pi/a$.

2. Aufgabe: Energiebänder in [111]-Richtung
Zeichnen sie analog zu Aufgabe 1a) die Energieparabel $E(\vec{k})$ eines eindimensionalen freien Elektronengases für die ersten drei Bänder im reduzierten Energieschema für den Fall, dass $\vec{k}$ in [111]-Richtung zeigt.

3. Aufgabe: Kronig-Penney-Modell
a) Bestimmen sie für ein Deltafunktions-Potential mit $P << 1$ die Energie des niedrigsten Energiebandes bei $k = 0$. Darin beschreibt $P = \frac{m}{\hbar^2}(U_0 - \epsilon)b \cdot c$ das Kastenpotential, das für $U_0 \to \infty$ und $b \cdot c \to 0$ endlich bleibt. Darin sind U_0 die Tiefe bzw. b und c die Breite des periodischen Kastepotenitals. Bestimmen sie unter den gleichen Voraussetzungen die Bandlücke bei $k = \pi/a$.