

Übungen zur Vorlesung Festkörperphysik WS 07/08

Prof. G. Maret

Blatt 12, Besprechung am 31.1./1.2.08

1. Aufgabe: Dielektrische und optische Eigenschaften von Natriumchlorid

Bei Versuchen zu dielektrischen und optischen Eigenschaften von Natriumchlorid wird ein Kristall zunächst in einen Kondensator eingebracht. Durch langsames Auf- und Entladen des Kondensators wird die Kapazität bestimmt - dabei stellt sich heraus, dass die Kapazität des Kondensators mit dem Isolator NaCl 5,9mal so groß ist wie im Vakuum. Die Bestimmung des Brechungsindex bei sichtbarem Licht liefert für mittlere Wellenlängen den Wert 1,5.

Nun wird der Kristall mit elektromagnetischer Strahlung beschossen und dessen Reflexion gemessen. Bei einer Frequenz von 5 THz nimmt das Reflexionsvermögen des Kristalls schlagartig zu und erreicht den Maximalwert von nahezu 100%. Welche Rückschlüsse können aus diesen Daten für das weitere Reflexionsvermögen für höhere Frequenzen gezogen werden?

2. Aufgabe: Frenkel-Exzitonen

Die Translationszustände von Frenkel-Exzitonen genügen dem Bloch-Theorem. Wirkt der Hamilton-Operator des Systems auf die Funktion φ_j , bei der das j -te Atom angeregt ist, so erhält man

$$\mathcal{H}\varphi_j = \epsilon\varphi_j + T(\varphi_{j-1} + \varphi_{j+1}) \quad ,$$

wobei ϵ die Anregungsenergie des freien Atoms ist und die Wechselwirkung T ein Maß für die Übertragungsrate der Anregung zu einem Nachbaratom ist. Berechnen sie die Energieeigenwerte des Problems.

3. Plasmonenschwingung eines Rotationskörpers

Die Frequenz der langwelligen Plasmonenschwingung einer metallischen Kugel (homogene Verschiebung der Elektronen gegenüber den Ionenrümpfen innerhalb der gesamten Kugel) wird durch das Depolarisationsfeld $\mathbf{E}_N = -\frac{N}{\epsilon_0}\mathbf{P} = -\mathbf{P}/3\epsilon_0$ mit $N = 1/3$ für eine Kugel bestimmt. Die Polarisation beträgt dabei $\mathbf{P} = n(-e)\mathbf{r}$, wobei \mathbf{r} die mittlere Auslenkung der Elektronen mit der Dichte n ist. Zeigen Sie, dass sich aus $\mathbf{F} = (-e)\mathbf{E} = m\ddot{\mathbf{r}}$ die Resonanzfrequenz des Elektronengases zu $\omega_0^2 = \frac{ne^2}{3\epsilon_0 m}$ ergibt. Weil alle Elektronen an der Schwingung beteiligt sind, bezeichnen wir eine solche Anregung als kollektive Anregung oder kollektive Schwingung des Elektronengases.

4. Plasmonenschwingung mit Magnetfeld

Bestimmen Sie basierend auf vorgehender Aufgabe die Frequenz der langwelligen Plasmonenschwingung einer Kugel, die sich in einem konstanten Magnetfeld \mathbf{B} parallel zur z -Achse befindet. Die Lösung sollte im Grenzfall hoher Magnetfelder in die Zyklotronfrequenz $\omega_c = \frac{eB}{m}$ und im anderen Grenzfall in die Plasmafrequenz übergehen.