Übungen zur Vorlesung Festkörperphysik WS 07/08

Prof. G. Maret

Blatt 10, Besprechung am 17./18.1.08

1. Aufgabe: Extremalbahnen im reziproken Raum

In einem homogenen Magnetfeld B bewegen sich Kristallelektronen im k-Raum auf Bahnen, die auf Flächen konstanter Energie verlaufen und deren Bahnfläche senkrecht zum angelegten Magnetfeld ist. Für geschlossene Bahnen ist die Umlaufzeit durch

$$T(E,\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{eB}\frac{\partial S_k}{\partial E}$$

gegeben, wobei S_k die von der Elektronenbahn im k-Raum umschlossene Fläche senkrecht zu B ist.
1. Begründen Sie qualitativ, warum im Experiment (zum Beispiel beim De Haas - van Alphen - Effekt oder Zyklotronresonanz) immer nur extremale Bahnen von Elektronen, die sich auf Flächen konstanter Energie bewegen, beobachtet werden.
2. Welche Form besitzen die Extremalbahnen im k-Raum, wenn für die Elektronen eine isotrope $E(k)$ Beziehung

$$E(k) = \frac{\hbar^2}{2m^\star}\vec{k}^2$$

angenommen wird. Berechnen Sie die resultierende Zyklotronfrequenz $\omega_c = eB/m_c$ und zeigen Sie, dass für den angenommenen Spezialfall die Zyklotronmasse m_c mit der effektiven Masse $m^\star$ übereinstimmt.
Betrachten Sie Flächen konstanter Energie, die Rotationsellipsoide

$$E(k) = \hbar^2\left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{2m_t} + \frac{k_z^2}{2m_l}\right)$$

mit den transversalen und longitudinalen effektiven Massen m_t und m_l darstellen. Berechnen Sie die Zyklotronfrequenz ω_c für $B||z$ und leiten Sie daraus die Zyklotronmasse m_c ab. Was passiert, wenn wir das Magnetfeld senkrecht zur z-Richtung anlegen?

2. Aufgabe: Freies Elektronengas im Magnetfeld

Wir betrachten ein freies Elektronengas mit einer Dichte von $n = 2.54 \times 10^{22} cm^{-3}$ (Natrium) und einem Volumen von $L_x L_y L_z = 1 \times 1 \times 1 cm^3$.
1. Berechnen Sie aus der Anzahl N der Elektronen die Anzahl Z_F der im k-Raum besetzten Zustände, den Radius der Fermi-Kugel und die Anzahl Z_0 der in der Ebene $k_z = 0$ von Elektronen besetzten Zustände.

2. Wir legen nun ein Magnetfeld $B = 1T$ in z-Richtung an. Berechnen Sie die Anzahl der Kreise konstanter Energie $E(n, k_z = 0)$, die sich innerhalb der ursprünglichen Grenzen der Fermi-Kugel befinden. Zeigen Sie dass der Entartungsgrad p eines solchen Kreises durch

$$p = \frac{L_x L_y e B}{2\pi\hbar}$$

gegeben ist und berechnen Sie den entsprechenden Wert.
3. Bestimmen Sie die Flussdichte B_0, bei welcher der innerste Landau-Zylinder $n = 0$ die ursprüngliche Fermi-Kugel verlässt. Bis zu welchem Wert $|k_z|$ sind die Zustände dieses Landau-Zylinders besetzt? Vergleichen Sie den Wert von B_0 mit technisch realisierbaren Magnetfeldern.

3. Aufgabe: p-n-Übergang

An einem p-n Übergang entsteht eine Verarmungszone mobiler Ladungsträger, die um eine Distanz x_p in die p-Seite und um eine Distanz x_n in die n-Seite reicht.
1. Zeigen Sie, dass das maximale elektrische Feld an einem p-n Übergang doppelt so groß ist wie das gemittelte Feld.
2. Ein Si p-n Übergang hat $N_a = 10^{15}\,cm^{-3}$ auf der p-Seite und $N_d = 2 \times 10^{16}\,cm^{-3}$ auf der n-Seite. Benutzen Sie die 'Verarmungsnäherung' (engl.: *depletion approximation* d.h. in der Verarmungszone befinden sich keine mobilen Ladungsträger mehr) und bestimmen Sie damit x_p und x_n sowie das maximale elektrische Feld E_{max} bei einer angelegten Spannung von 10V in Sperrichtung ($T = 300\,K$).