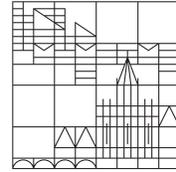


Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil, Atom und Quantenphysik
SoSe 11

Universität
Konstanz



Prof. G. Maret, Dr. P. Keim

Übungsblatt Nr. 12,

Ausgabedatum: Mo. 04.07.2011

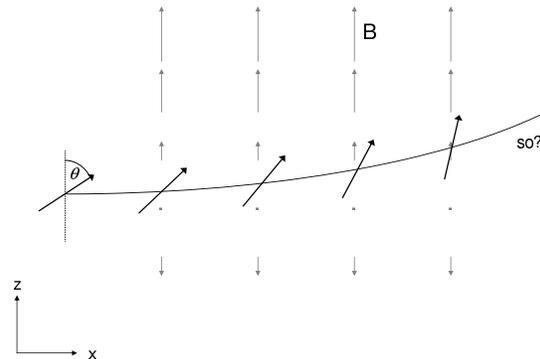
Abgabedatum: Fr. 08.07.2011 in der Vorlesung

Besprechung: Mi. 13.07.2011 in den Übungsgruppen

Aufgabe 25: Stern-Gerlach-Versuch

- a) Ein Strahl von Wasserstoffatomen im Grundzustand bewegt sich horizontal mit einer Geschwindigkeit von $2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ senkrecht zu einem inhomogenen Magnetfeld, dessen Gradient $dB/dz = 2 \cdot 10^2 \text{ T/m}$ beträgt. Wie groß ist die Separation der beiden Strahlkomponenten nach 20cm horizontaler Flugstrecke? Welche Separation würde man mit demselben Magnetfeld auf derselben Flugstrecke für Natrium- bzw. Silberatome erhalten?
- b) Zum Vergleich mit dem quantenmechanischen Verhalten des Spins betrachten Sie einen klassischen magnetischen Dipol, der ebenfalls mit einer vorgegebenen horizontalen Geschwindigkeit in das oben beschriebene Magnetfeld gebracht wird. Er kann während des Durchquerens des Feldes nach oben oder unten abgelenkt werden sowie sich drehen. Schon zu Anfang kann er unter beliebigem Winkel zum Feld in z-Richtung stehen, der Einfachheit halber wollen wir jedoch nicht zulassen, dass er aus der x-z-Ebene herausgedreht ist.

Mit den Koordinaten θ und z stellen Sie einen Ausdruck für die Gesamtenergie des Dipols sowie die Lagrangeschen Beantworten Sie folgende Fragen qualitativ: Welche Art der Bewegung passiert hauptsächlich, wenn die Feldstärke selber sehr klein, der Feldgradient aber beträchtlich ist? Was passiert in einem starken Feld mit einem vernachlässigbaren Gradienten?



Aufgabe 26: Zeeman-Effekt
(schriftlich abzugeben 8 Punkte)

Die Schrödinger-Gleichung für ein quantenmechanisches Teilchen im elektromagnetischen Feld unter Berücksichtigung des Spins wird Pauli-Gleichung genannt,

$$\left[\frac{1}{2m} (\hat{\vec{p}} - e\vec{A})^2 + e\phi + \mu_B \hat{\vec{\sigma}} \cdot \vec{B} \right] \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

wobei $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$ die zweikomponentige Spinorwellenfunktion ist, welche die beiden Spinzustände up and down beschreibt, $\hat{\vec{\sigma}}$ die Paulimatrizen und $\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc}$ das Bohrsche Magneton sind. Wir betrachten ein Wasserstoffatom in einem schwachen stationären homogenen Magnetfeld und vernachlässigen die Spin-Bahn-Kopplung. Die Pauli-Gleichung reduziert sich dann zur Eigenwertgleichung $\hat{H}\Psi = E\Psi$ mit dem Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\hat{\vec{p}} - e\vec{A})^2 + e\phi + \mu_B \hat{\vec{\sigma}} \cdot \vec{B}$$

und wenn wir annehmen, dass das Magnetfeld nur eine z-Komponente habe $B = (0, 0, B)$ lautet das Vektropotential $\vec{A} = (-\frac{1}{2}By, -\frac{1}{2}Bx, 0)$.

- a) Berechnen Sie die Energieeigenwerte als Funktion des angelegten Magnetfeldes. Da σ_z diagonal ist, entkoppeln die beiden Spinorkomponenten und unter der Annahme dass das Magnetfeld klein ist, können wir Terme in \vec{A}^2 vernachlässigen sowie annehmen dass die Wellenfunktion des Wasserstoffatoms ungestört bleiben.
Hinweis: Drücken Sie $\vec{A} \cdot \hat{\vec{p}}$ durch den Drehimpulsoperator \hat{L}_z aus und beachten Sie, dass $\text{div}\vec{A} = 0$ ist.
- b) Das Magnetfeld hebt die Energieentartung zu verschiedenen m -Quantenzahlen auf. Skizzieren Sie die Aufspaltung für die ψ_{100} und ψ_{21m} Zustände und zeichnen Sie mögliche Dipolübergänge ein. Wieviele Spektrallinien können Sie beobachten?
- c) In der klassischen Betrachtung des normalen Zeemann-Effektes präzediert der Drehimpuls, mit dem ja ein magnetisches Moment verbunden ist, um die Achse des äußeren Feldes. Was können Sie mit diesem Bild über die Polarisation und Richtung des emittierten Lichtes aussagen? Warum ist der normale Zeemann-Effekt eigentlich der 'anormale' Fall?