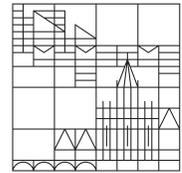


Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil, Atom und Quantenphysik
SoSe 11

Universität
Konstanz



Prof. G. Maret, Dr. P. Keim

Übungsblatt Nr. 9,

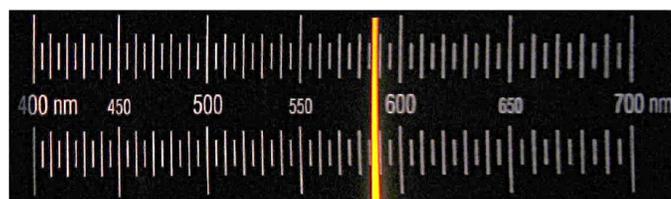
Ausgabedatum: Fr. 10.06.2011

Abgabedatum: Fr. 17.06.2011 in der Vorlesung

Besprechung: Mi. 22.06.2011 in den Übungsgruppen

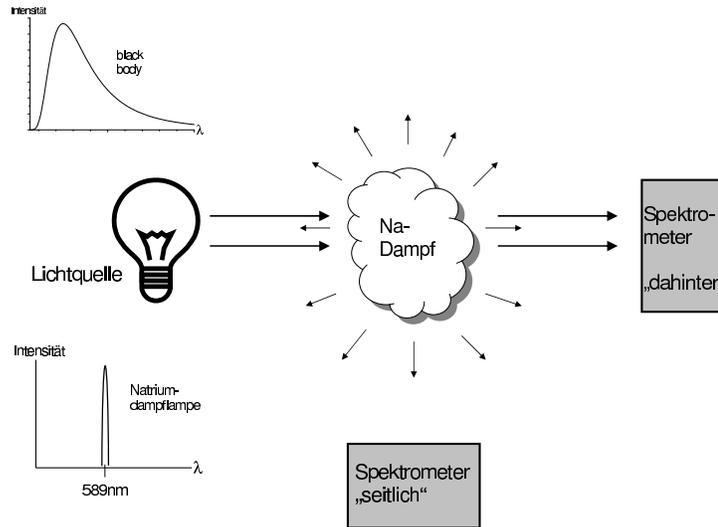
Aufgabe 18: Resonanzabsorption und -fluoreszenz

- a) Die dominante (und es sei die einzige) Spektrallinie von Natrium liegt bei 589nm, daher die gelbe Farbe einer Natriumflamme. Es ist der $3p \rightarrow 3s$ -Übergang. $n = 3$ ist die aus dem Bohrschen Atommodell bekannte Schalenquantenzahl. Dass ein einzelnes n -Niveau weiter unterteilt wird (hier betrachten wir die Unterniveaus s und p), haben Sie im Bohr-Sommerfeld-Modell mit seinen verschiedenen Bahnformen kennengelernt; quantitativ richtig wird das mit der Schrödingergleichung der Quantenmechanik berechnet werden. Die Bezeichnung D-Linie ist historisch und hat nichts mit den heute üblichen Bezeichnungen der Niveaus zu tun. (Es gibt noch eine weitere durch den Elektronenspin verursachte Aufspaltung, die dazu führt, dass man um 589nm herum eigentlich zwei sehr eng beieinanderliegende Spektrallinien sieht. Eine solch feine Auflösung betrachten wir hier jedoch nicht. Nehmen Sie also eine Linie an.)



Betrachten Sie folgenden Versuchsaufbau: Licht von einer Quelle trifft auf Natriumdampf. Zum einen wird das Spektrum des durchgehenden Lichts gemessen, zum anderen das Spektrum von seitlich emittiertem Licht.

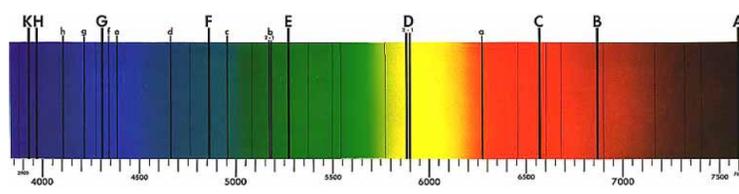
- i Zeichnen Sie qualitativ jeweils das dahinter und das seitlich aufgenommene Spektrum im Vergleich zum Spektrum der Quelle für den Fall, dass die Lichtquelle ein schwarzer Strahler ist.
- ii Wie sieht das Spektrum aus, wenn als Lichtquelle ebenfalls eine Natriumdampfampe verwendet wird? Erklären Sie Ihre Beobachtungen.



- b) Aus der Farbe eines Sterns schließen Astronomen auf seine Temperatur. Was muss man hierfür am Spektrum des Sterns anschauen und welches physikalische Gesetz wird verwendet? Wonach muss man im Sternspektrum schauen, um Informationen über die Elementzusammensetzung besonders der äußeren Schichten des Sterns zu gewinnen? Welche Phänomene könnten derartige Beobachtungen erschweren oder verfälschen?
- c) Erklären Sie das Zustandekommen der sogenannten Fraunhoferlinien im unten abgebildeten Spektrum der Sonne (also warum man dunkle Streifen sieht); Wellenlängen sind in Ångström in der Abbildung. Der Tabelle können Sie entnehmen, welchen Elementen die starken Linien zuzuordnen sind. Ordnen Sie den drei Wasserstofflinien Übergänge aus dem Bohrschen Atommodell zu. Warum ist es (mit den Ihnen hier vorliegenden Informationen) schwierig, das Vorkommen gerade des Elements, dem die Sonne den Namen gab, eindeutig zu belegen? Sollte man wirklich meinen, dass auf der Sonne molekularer Sauerstoff vorkommt?

Linie	Element	Wellenlänge [nm]		Linie	Element	Wellenlänge [nm]
A	O ₂	759,37		F	H	486,13
B	O ₂	686,72		G	H	434,05
C	H	656,28		G	Fe	430,79
D	Na	589,59		G	Ca	430,77
D	Na	589,00		H	Ca ⁺	369,85
D	He	587,56		K	Ca ⁺	393,37
E	Fe	527,04				

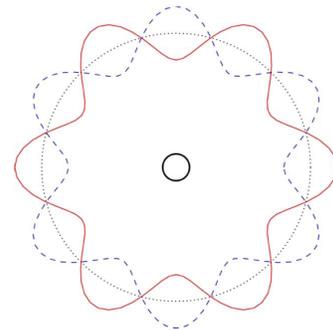
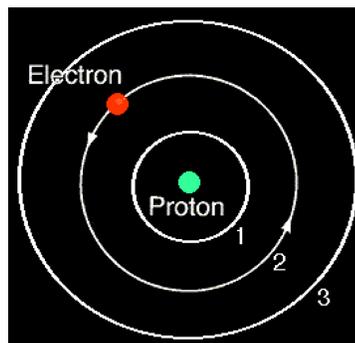
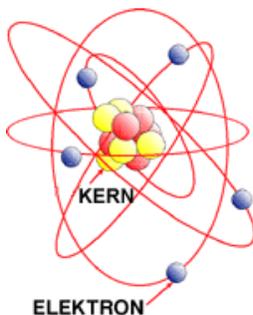
- d) Wie Sie noch lernen werden, führt in der Quantenmechanik jedoch die Tatsache, dass der Übergang, also Absorption bzw. Emission eines Photons, nach endlicher Zeit stattfindet, zu einer Unschärfe der Energie. Mit Rückstoß des Atoms weicht die Energie des Photons um $E_R = (E_2 - E_1)^2 / (2Mc^2)$ von der reinen Energiedifferenz $E_2 - E_1$ der elektronischen Niveaus 1 und 2 ab (M ist die Masse des Atoms). Eine sogenannte Lebensdauer bis zum Übergang



von Δt erlaubt eine Energieabweichung bis zu $\Delta E = h/\Delta t$. Prüfen Sie für die Natrium-D-Linie aus a) nach, ob E_R kleiner als ΔE ist. $\Delta t = 1\text{ns}$ (1 Nanosekunde). In diesem Fall ist die Resonanzabsorption bzw. -fluoreszenz wie im gezeichneten Versuchsaufbau möglich. (Ein Problem macht der Rückstoßeffekt bei Anregungszuständen des Atomkerns, da dort die Übergangsenergien sehr viel größer sind als für die Elektronen in der Atomhülle. Zusatzinformation finden Sie unter den Schlagwörtern Mößbauereffekt und Mößbauerspektroskopie.)

Aufgabe 19: Das Bohrsche Atommodell

Dem (historischen) Bohrschen Atommodell liegt das Bild zugrunde, dass die Elektronen in Kreisbahnen um den Kern herumlaufen wie die Planeten um die Sonne. Ganz nach Newtonscher Physik bestimmt sich die Bahngeschwindigkeit daraus, dass sich die Zentrifugalkraft und die Coulombkraft zwischen Kern und Elektron die Waage halten. Als Postulat wird nun angenommen, dass der der Bewegung auf der Kreisbahn zuzuordnende Drehimpuls nur ganzzahlige Vielfache des Wirkungsquantums annimmt, $L = n\hbar$ mit $n = 1, 2, 3, \dots$. Die Wellenvorstellung spielte dabei insofern eine Rolle als dies der Situation entspricht, dass eine ganze Anzahl Wellenlängen ($\lambda = h/p$) genau auf den Kreiumfang passt (Siehe Skizze rechts, Schlagwort Bohr-Sommerfeld-Model).



Wenn der Kern als ruhend angesehen wird, d.h. er ist unendlich schwer im Vergleich zum Elektron, lauten die erlaubten Energien und Bahnradien des Elektrons, das um einen Z -fach geladenen Kern kreist, wie folgt:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{Z m_e e^2} \quad \text{und} \quad E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8 n^2 \epsilon_0^2 \hbar^2}$$

Die Energie ist auch ganz klassisch als Summe der potentiellen Energie im Coulombpotential und der kinetischen Energie aufzustellen. (Mit der Comptonwellenlänge $\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$ und der sogenannten Feinstrukturkonstanten $\alpha = \frac{e^2}{2c\epsilon_0 \hbar}$ werden r_n und E_n häufig als $r_n = \frac{n^2 \lambda_C}{2\pi Z \alpha}$ und $E_n = -\frac{m_e c^2}{2} \frac{Z^2 \alpha^2}{n^2}$ geschrieben.)

- a) Stellen Sie jetzt Formeln für Bahnradien und Energien der Niveaus auf mit dem Ansatz, dass Elektron und Kern um ihren gemeinsamen Schwerpunkt kreisen. Führen Sie dazu die reduzierte Masse als Parameter ein. Geben Sie für $n=1$ den Bahnradius in Angström an und vergleichen Sie den Wert mit jenem in dem der Kern als unendlich schwer angesehen wird.
- b) Das Bohrsche Atommodell kann das Auftreten von Spektrallinien erklären, indem angenommen wird, dass Elektronen unter Absorption oder Emission eines Photons zwischen verschiedenen Kreisbahnen springen können. Die Energie des Photons $\hbar\omega$ ist dann die Differenz $E_{n_2} - E_{n_1}$. Emissionslinien, die auf demselben unteren Niveau enden, werden zu Serien zusammengefasst. Nennen Sie die Namen dieser Serien für Wasserstoff. Berechnen Sie für die untersten vier Serien jeweils die Wellenlänge der untersten Linie, also für die Übergänge $n=2 \rightarrow n=1$, $n=3 \rightarrow n=2$, $n=4 \rightarrow n=3$ und $n=5 \rightarrow n=4$. Welche Linien liegen im sichtbaren Bereich (zwischen 400nm und 800nm)?
- c) Berechnen Sie die Wellenlängen der entsprechenden Spektrallinien für einfach ionisiertes Helium. Welche Linien liegen hier im Sichtbaren? Geben Sie die Wellenlängenunterschiede für die oben genannten vier Linien zwischen Wasserstoff und Deuterium an (Isotopieverschiebung).
- d) Berechnen Sie den Bahnradius des Elektrons für ein Wasserstoffatom im Zustand $n=30$. Geben Sie für den Übergang $n=30 \rightarrow n=29$ die zugehörige Wellenlänge an. In welchem Spektralbereich liegt diese? Informieren Sie sich, wo sogenannte Rydberg-Atome natürlich vorkommen und mit welcher Methode man sie im Labor erzeugen und auch die für hohe n sehr dicht liegenden Energieniveaus selektiv ausmessen kann.
- e) Ein Problem des Bohrschen Atommodells ist, das man nicht erklären kann, wieso die Elektronen auf der Bahn um den Kern nicht verstrahlen. Nehmen Sie an, die Bahn wäre eine Kreisbahn um den Kern mit Ladung $Z = 1$ und zerlegen Sie die Bewegung in zwei orthogonal zueinander orientierte Schwingungen. Berechnen Sie nach den Gesetzen der klassischen Elektrodynamik wie viel Energie ein derart beschleunigtes Elektron abstrahlt. Klassisch müsste das Elektron dann auf einer Spiralbahn fliegen, weil es kinetische Energie verliert. Berechnen Sie die Zeit die es dauert, bis das Elektron in den Atomkern (Durchmesser $10^{-15}m$) stürzt.

(10 Punkte)